Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 1, осенний семестр 1999/2000 уч.г.

---

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $z-1$ функцию
$$f(z) = \frac{z+2i}{iz^2-4z+5i}$$
в кольце, которому принадлежит точка $z=3$. Указать границы кольца сходимости.

---

2. Исследовать особые точки функции
$$f(z) = \frac{z^2+(\ln 2)^2}{\left(\sin z - \frac{5}{4}\right)} \operatorname{ch}\frac{1}{z}\,.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

---

3. $\displaystyle\oint_{|z-1|=1} \frac{z\,dz}{(\pi-2z)\cos z}\,.$

---

4. $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(7x+2)}{x^2+6x+19}\,dx\,.$

---

5. $\displaystyle\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{(x+1)\,dx}{\sqrt{x}(x^2+16)}\,.$

---

6. Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln}\dfrac{2i-z}{z+1}$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2$, где $\gamma_1 = \{|z|=2,\ -\pi \leqslant \arg z \leqslant \frac{\pi}{2}\}$, $\gamma_2 = \{z = x,\ -2 \leqslant x \leqslant -1\}$ такая, что $g(0) = \ln 2 - \dfrac{3\pi i}{2}$. Вычислить интеграл
$$\oint_{|z|=4} \frac{zg(z)}{1+\operatorname{tg}\frac{1}{z}}\,dz.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 2, осенний семестр 1999/2000 уч.г.

---

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $z+2-i$ функцию
$$f(z)=\frac{(1+i)z+4}{iz^2+z(5-i)-5}$$
в кольце, которому принадлежит точка $z=1-2i$. Указать границы кольца сходимости.

---

2. Исследовать особые точки функции
$$f(z)=\frac{z^2-(\ln 2)^2}{\operatorname{ch} z+\frac{5}{4}}\cos\frac{1}{z}\,.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

---

3. $\displaystyle\oint_{|z|=3}\frac{z^2}{2-z}\cdot\cos\frac{1}{2-z}\,dz\,.$

---

4. $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos(3x+5)}{x^2-2x+10}\,dx\,.$

---

5. $\displaystyle\int\limits_{0}^{+\infty}\frac{\sqrt[4]{x}\,dx}{(x+1)(x+4)}\,.$

---

6. Пусть $f(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt[3]{z^2(i-z)}$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma=\gamma_1\cup\gamma_2$, где $\gamma_1= \{\left|z+\frac{i}{2}\right|=\frac{3}{2}\,,\ \operatorname{Re} z\geqslant 0\}$, $\gamma_2=\{|z+i|=1,$ $\operatorname{Re} z\leqslant 0\}$ такая, что $f(-i)=\sqrt[3]{2}e^{i\frac{7\pi}{6}}$. Вычислить интеграл
$$\oint_{|z|=4}\frac{f(z)}{1+e^{2/z}}\,dz=J.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 3, осенний семестр 1999/2000 уч.г.

---

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $z+3$ функцию
$$f(z) = \frac{(1+i)z+6}{iz^2+(5+i)z+5}$$
в кольце, которому принадлежит точка $z = 1+i$. Указать границы кольца сходимости.

---

2. Исследовать особые точки функции
$$f(z) = \frac{z^2+(\ln 2)^2}{\left(\operatorname{sh} z - \frac{3}{4}\right)} \sin\frac{1}{z}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

---

3. $\displaystyle\oint_{|z|=2} \frac{dz}{(e^{2z}-1)(z+1)^2}$.

---

4. $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(5x+3)}{x^2+4x+8}\,dx$.

---

5. $\displaystyle\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{\sqrt{x}\,dx}{x^2+x+1}$.

---

6. Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln}\dfrac{1-z}{iz+1}$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma = \{|z|=1,\ \dfrac{\pi}{2} \leqslant \arg z \leqslant 2\pi\}$ такая, что $g(0) = -4\pi i$. Вычислить интеграл
$$\oint_{|z|=5} \frac{zg(z)}{\sin\frac{1}{z}+\cos\frac{1}{z}}\,dz.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 4, осенний семестр 1999/2000 уч.г.

---

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $z-2-2i$ функцию
$$f(z)=\frac{(2i-1)z}{iz^2+z(2i+1)+2}$$
в кольце, которому принадлежит точка $z=-1$. Указать границы кольца сходимости.

---

2. Исследовать особые точки функции
$$f(z)=\frac{z^2+(\ln 2)^2}{\cos z+\frac{3i}{4}}\,\mathrm{sh}\,\frac{1}{z}\,.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

---

3. $\displaystyle\oint_{|z|=1}\frac{dz}{e^{2/z}-e^{1/z}}\,dz\,.$

---

4. $\displaystyle\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos(2x+6)}{x^2-6x+18}\,dx\,.$

---

5. $\displaystyle\int\limits_{0}^{+\infty}\frac{\sqrt[3]{x}\,dx}{(x+1)(x+8)}\,.$

---

6. Пусть $f(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt[4]{z^2(2i+z)^2}$ в плоскости с разрезом по кривой $\gamma=\gamma_1\cup\gamma_2$, где $\gamma_1=\{|z+2i|=2,\ \mathrm{Re}\,z\leqslant 0\}$, $\gamma_2=\{|z+3i|=1,\ \mathrm{Re}\,z\geqslant 0\}$ такая, что $f(-3i)=\sqrt{3}e^{\pi i}$. Вычислить интеграл
$$\oint_{|z|=5}\frac{f(z)}{1+2\sin\frac{1}{z}}\,dz=J.$$
